

# 攝影底片的訊噪比

王為豪

夏威夷大學天文研究所

## 摘要

鑑於底片在業餘天文觀測上仍扮演重要角色，我以家用平台式掃描器量測市面上三款攝影底片—Kodak E200 正片、Fuji Provia 400F 正片、及 Konica Centuria 400 負片—在不同曝光量以及不同顯影下的訊噪比。我比較了正負片的訊噪比，push 對訊噪比以及動態範圍的影響，以及比較底片的雜訊表現與 Poisson 雜訊的不同。這些量測結果有助於我們擬定觀測策略。

In consideration of the fact that photographic films are still playing a significant role in amateur astronomical observations, I measured the signal-to-noise ratios (S/N) of three commercial films under different exposures and different developments. The films are color reversals Kodak E200 and Fuji Provia 400F, and color print Konica Centuria 400. The measurements were done with commercial flatbed scanners. I compared the S/N of these films, as well as the influence of pushing processing on S/N and dynamic range. I also compared the noise behavior of these films with Poisson noise. The results of the measurements are useful for making an observing strategy.

**關鍵字：**業餘天文 (amateur astronomy) — 底片 (photographic film) — 訊噪比 (signal-to-noise ratio)

## 1. 引言

在專業天文研究的領域裡，攝影乾板被淘汰已有多多年，CCD 是現今光學天文研究使用的主要工具。然而，攝影底片目前仍廣泛為業餘天文學使用，在天文攝影、新天體的搜索、流星觀測、以及中學生所做的各種初級觀測中，底片都一直扮演相當重要的角色，關於底片的知識，對我們的觀測仍大有

助益。在底片的眾多物理特性中，與天文觀測有關的有：Schwarzschild Effect<sup>1</sup> (攝影學上稱 Reciprocity Failure)、底片對各色光的感光能力、底片經沖片後所產生的影像品質等等，本文的焦點在於後者，影像品質。

對底片的影像品質的定量描述，在攝影

學的領域中，最有代表性的訊噪比指標是 rms 粒狀性(rms granularity)。ISO 制定的 rms 粒狀性測量方式<sup>2</sup>是，在經標準顯影後的底片上平均擴散濃度為 1.0 處，以濃度儀掃描一寬度為 48  $\mu\text{m}$  的帶狀區域，得到的 rms 濃度變化乘以 1000，就是該底片的 rms 粒狀性。因為 rms 粒狀性衡量的是平均濃度為 1.0 的地區的局部濃度變化，本質上它就是訊噪比。然而，rms 粒狀性僅侷限於平均濃度為 1.0 且經標準顯影的底片。在擬定我們的天文觀測策略時，我們更想知道底片的訊噪比如何隨曝光量以及顯影改變。為了回答這一點，我測試了目前市面上廣為業餘天文攝影者採用的三款彩色底片的訊噪比，並討論測試結果對觀測策略的影響。

## 2. 實驗方法

### 2.1 底片樣本

測試的底片分別為 Kodak E200 正片、Fuji Provia 400F 正片、以及 Konica Centuria 400 負片（下文中的“正片”、“負片”即使未特別指明，也僅限於以上三款底片而言）。將底片裝入相機中對均勻灰色光源做不同程度的曝光，曝光量以相機測光錶指示的正確曝光為準，從不足六級到過度六級，測光時 Exposure Index 值設為 200 (E200) 與 400 (Provia 400F 與 Centuria 400)，每種底片各拍攝兩卷，沖片時一卷做正常沖片，一卷做兩級的 push（迫沖，或俗稱的增感）。沖片工作交由 A&I Photographic & Digital Lab<sup>3</sup> 進行。

### 2.2 底片掃描

沖片後的樣本以家用平台式掃描器掃描，而非標準的濃度儀。這是因為掃描器取得容易，任何人皆可重覆本實驗。使用的掃描器是 EPSON Perfection 1640SU 及光罩。為求最密集的採樣，掃描以 3200 dpi 解析力進行，相當於取樣密度每 8  $\mu\text{m}$  一點，這已比 rms 粒狀性測定的測量寬度細了 6 倍。掃描採用正片模式（對 Centuria 400 亦同），所有自動的色彩校正功能皆被關閉，以求取得來自掃描器最原始的資料。掃描器的色彩深度為 R、G、B 每色 14 位元，但得到的最終檔案為每色 16 位元。掃描範圍為每格底片中心附近 400×400 像元的區域，相當於底片上的 3.2 mm×3.2 mm，每格底片在完全相同的區域掃描兩次。

### 2.3 雜訊分析

每幅數位化的影像，在其每色 160000 個像元中，可以測定其像元亮度的平均值，亦可測定像元亮度的標準差，這個標準差反映的是數位影像中的雜訊，但此雜訊並不完全是底片上的雜訊，這是因為掃描也會引入雜訊。既然此處的目地是要了解底片的訊噪比，我們就必需將掃描器的雜訊以及來自底片的雜訊分離。分離的原理是比對兩幅同樣區域的影像，因為是來自底片上的同樣區域，所以底片上的雜訊在這兩幅影像中的分布是完全一樣的，而因為是來自兩次不同的掃描，掃描雜訊在這兩幅影像中卻彼此獨立。透過這個特性，我們便可用統計方法來分離掃描雜訊以及底片上的雜訊，詳細做法如下。

如果單一影像單一色頻的雜訊（像元亮度標準差）為 $\Sigma_i$ ，因為此雜訊同時有底片雜訊 $\sigma_{fi}$ 與掃描器雜訊 $\sigma_{si}$ 的貢獻，所以對兩幅獨立掃描的影像，我們可以寫：

$$\begin{aligned} \sum_1^2 &= \sigma_{f1}^2 + \sigma_{s1}^2 \\ \sum_2^2 &= \sigma_{f2}^2 + \sigma_{s2}^2 \end{aligned} \quad (1)$$

將上兩式平均，我們得到

$$\langle \Sigma^2 \rangle = \langle \sigma_f^2 \rangle + \langle \sigma_s^2 \rangle \quad (2)$$

其中，括號 $\langle \rangle$ 是平均的意思。(2)中的平均意義不大，直接取(1)中的任一式來取代(2)，在數值上是沒有太大差別的。但如果我們將兩幅影像平均，再測定其雜訊，我們會得到較不一樣的結果，平均影像的雜訊 $\Sigma_{\langle}$ 會是

$$\Sigma_{\langle}^2 = \sigma_{f\langle}^2 + \sigma_{s\langle}^2 = \langle \sigma_f^2 \rangle + \frac{1}{2} \langle \sigma_s^2 \rangle \quad (3)$$

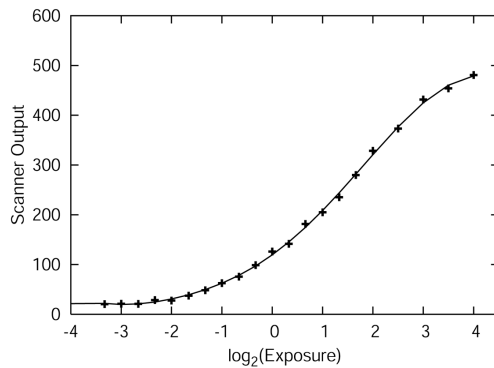
(3)式中的 $\sigma_{f\langle}^2$ 直接變成 $\langle \sigma_f^2 \rangle$ ，是因為既然兩幅影像來自底片上同一區域，底片雜訊的量是不會因平均而變的。而既然掃描雜訊在這兩幅影像中的分布是隨機的，平均影像的掃描雜訊 $\sigma_{s\langle}^2$ 就要是單一影像的掃描雜訊 $\langle \sigma_s^2 \rangle$ 的2分之一倍。聯立(2)與(3)，我們便可解出底片雜訊的數值 $\sigma_f$ 。如果對掃描器的性能感興趣，掃描雜訊亦可從聯立方程中解出。

## 2.4 訊噪比

透過上述的量測，我們測得影像雜訊中底片雜訊的貢獻量 $\sigma_f$ ，我們亦測得平均像元亮度值 $V$ 。如果底片及掃描器皆為線性元件，那麼 $\sigma_f/V$ 就是我們要的訊噪比。然而，底片本身是高度非線性的感光元件，掃描器

的 CCD 固為線性，家用掃描器在讀取 CCD 影像到輸出為數位檔的過程中卻有可能加入不為人知的非線性轉換。基於這些理由， $\sigma_f/V$ 並沒有直接的物理意義，不能拿來當做底片的訊噪比。真正的訊噪比，需透過底片的特性曲線及該曲線的斜率來獲得。

攝影學上的特性曲線，橫軸是曝光量，縱軸是底片透光率的對數。在此，我直接用數位檔中的像元亮度值當縱軸，如此得到的曲線並非攝影學上的特性曲線，但完全不妨礙我們測定訊噪比的目的。將同一卷底片上、各色、不同曝光量的區域的平均像元亮度，對曝光量作圖，並以七次多項式去擬合像元亮度與曝光量間的關係，得到一條平滑的曲線。圖一中的例子是為了展示原始資料的品質，以及擬合曲線的代表性，本實驗中每一份資料的品質都與圖一相近，而往後所有的分析，我都使用擬合得到的多項式曲線，而非原始資料。



圖一：特性曲線原始資料一例。橫軸是曝光量的對數，以2為底，縱軸是掃描得到的像元亮度值，單位為任意且不重要。圖中的點是原始掃描資料，平滑曲線是擬合原始資料得到的七次多項式。從圖中可以看出，擬合結果相當令人滿意。

有了特性曲線，我們便可推導底片雜訊  $\sigma_f$  與訊噪比間的關係。特性曲線本身是像元亮度與曝光量間的函數關係，也就是  $V=V(E)$ 。  $\sigma_f$  其實是平均亮度  $V$  之上的微小不規則變化  $\Delta V$ ，其所對應的曝光量變化  $\Delta E$  可透過連鎖定理來求：

$$\begin{aligned} \Delta E &= \left( \frac{dE}{dV} \right) \Delta V \\ &= \left( \frac{dE}{d \log_2 E} \right) \left( \frac{d \log_2 E}{dV} \right) \Delta V \\ &= \ln 2 \cdot E \left( \frac{d \log_2 E}{dV} \right) \Delta V \end{aligned}$$

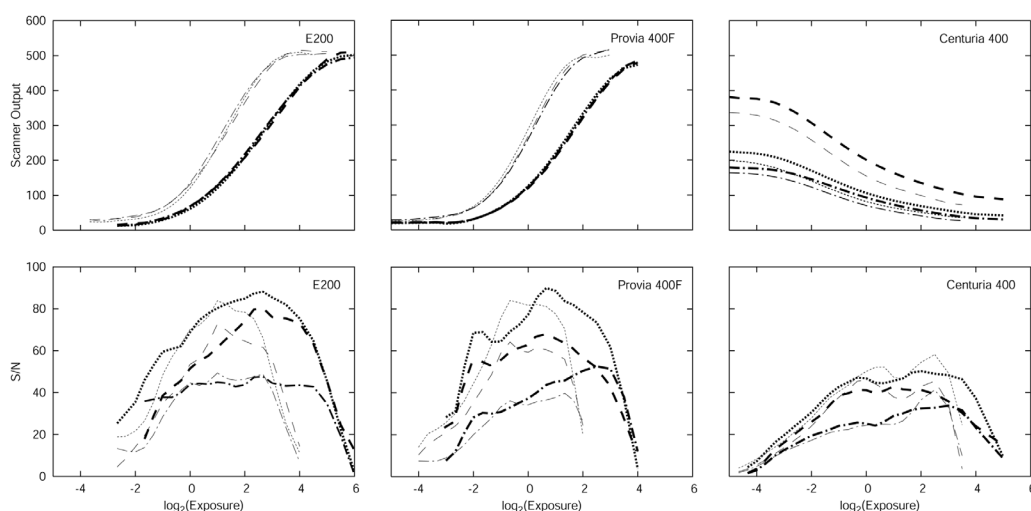
其中，最右側括號內的微分，正是特性曲線（以曝光的對數為橫軸時）的微分的倒數，此一微分可由前述的擬合多項式求得。重整

上式後我們得到：

$$\frac{\Delta E}{E} = \ln 2 \left( \frac{dV}{d \log_2 E} \right)^{-1} \quad (4)$$

其中， $\Delta E/E$  就是我們要的訊噪比。它的物理意義很簡單，曝光量  $E$  就是單位面積入射光的總能量，而  $\Delta E$  所代表的，是測定總能量時因底片雜訊而產生的誤差。

有一點需要強調的是，本實驗中測定的訊噪比，是基於  $8 \mu\text{m}$  的取樣間隔。如果取樣間隔小於底片上濃度起伏的特徵尺度，那麼測得的訊噪比與取樣間隔無關。而若取樣間隔大於該特徵尺度，取樣間隔越大，測得的訊噪比將越高。



圖二：三款測試底片的特性曲線（上）及訊噪比（下）。圖中的虛線、點線、點虛線依次為對底片的 R、G、B 感光層測試的結果，粗線為正常沖片的結果，細線為 push 2 的結果。特性曲線的縱軸是掃描影像中的平均像元亮度值，單位為任意。橫軸為曝光量的對數，以 2 為底。橫軸的原點定義是，以 Exposure Index 為 400 測光，相機所顯示的正確曝光量，這一點即使對 E200 也成立，所以對 E200 來說， $\log_2(E)=0$  其實意味著曝光不足一級。如果以物理單位表示， $\log_2(E)=0$  代表  $1/400 \text{ lux second}$ 。

### 3. 結果

對三款不同的底片，push 2 以及不 push，各三色所測得的特性曲線以及訊噪比如圖二所示，現分述如下。

#### 3.1 特性曲線

從圖二中可看出，本測試的曝光範圍有效地橫跨特性曲線的趾部與肩部，可完整衡量底片在低曝光量與高曝光量下的表現。對正片來說，push 的效應很明顯，整體反差上升（因為特性曲線斜率增加了），高曝光量區更早達到飽和，片基濃度改變不大。較次要的效應是，E200 與 Provia 400F 都各有輕微的色偏，E200 在 push 後色偏青(cyan)，Provia 400F 則偏黃綠。

負片 Centuria 400 的特性曲線較不易解讀。首先，不論對正常沖片或對 push 後的 Centuria 400 來說，紅綠藍三色的特性曲線都不重合，這是因為負片的片基本身就帶有深棕色。有趣的是，在 push 2 後，片基的顏色也變深了，這在以上兩款正片上並未發生。此外，特性曲線在 push 後也只呈現整體的下移，斜率並未因 push 而改變，也就是反差並未上升，這一點也與以上兩款正片完全不同。

#### 3.2 訊噪比

圖二繪出三款底片完整的訊噪比資料，表一整理三款底片的基本訊噪比數據，現將圖表中的幾個趨勢描述如下。首先，對各底片來說，不論有無 push，幾乎在所有的曝光量之下，三色層的訊噪比皆為  $G > R > B$ 。其次，兩款正片的訊噪比皆明顯高於負片，高出的幅度約在 60%到 80%間，正片與正片

間的差異卻不大。第三，push 對最大訊噪比的數值其實沒有顯著影響，但對兩款正片來說，push 卻將達到最大訊噪比所需的曝光有效縮短，此一現象在負片上不成立。在沒有 push 時，對兩款正片來說，最大訊噪比出現在特性曲線直線部頂端、飽和的肩部開始出現前，所以要達到最大訊噪比，所需的曝光量要比相機測光錶建議的標準曝光（對 E200 來說，是圖二及表一中的  $\log_2(E)=1.0$ ，對 Provia 400F 來說，是  $\log_2(E)=0.0$ ）來得長，但 push 兩級後，達到最大訊噪比所需的曝光會短於標準曝光。

Push 所造成的最大影響是，底片的動態範圍會明顯縮小，在未 push 時，原本仍有可接受的訊噪比的高曝光區，在 push 後因為飽和而完全沒有資訊可言。為了反映這一點，表一中我列出訊噪比高於最高訊噪比之半的曝光量區間來代表底片的動態範圍。以 E200 的 G 色層為例，push 前動態範圍為 6.33，push 兩級後只剩下 4.0，損失了 2.33 的動態範圍，以線性尺度來看的話，動態範圍縮小了約 5 倍之多。從表一與圖二中皆可看出，這種動態範圍縮小在正片上較負片明顯，而負片未 push 時的動態範圍便已高於正片。

### 4. 討論

在了解這些底片的訊噪比表現後，我們可以將之應用於天文的攝影觀測之上，此處討論幾種簡單的定性與定量應用。

對 Centuria 400 負片來說，從圖二可看出，push 對訊噪比幾乎沒有影響，除了會使動態範圍略為縮小以外。因此我們可以判

	$(S/N)_{\max}^a$	$\text{Log}_2(E)$ at $(S/N)_{\max}^b$	$E_{\text{range}}$ at $(S/N)_{\max}/2^c$	$\alpha^d$
E200	80 : 88 : 48	1.66 : 1.66 : 1.66	5.33 : 6.33 : 6.33	0.33 : 0.29 : 0.09
E200 push 2	73 : 84 : 49	0 : 0 : 0	3.66 : 4.0 : 4.0	0.65 : 0.64 : 0.60
Provia 400F	68 : 90 : 53	0.66 : 0.66 : 2.5	5.33 : 5.33 : 5.5	0.36 : 0.38 : 0.24
Provia 400F push 2	64 : 84 : 40	-0.66 : -0.66 : 1.33	3.66 : 3.66 : 3.66	0.71 : 0.74 : 0.38
Centuria 400	43 : 50 : 34	1.0 : 2.0 : 3.0	6.33 : 6.33 : 6.33	0.38 : 0.26 : 0.23
Centuria 400 push 2	46 : 58 : 41	0.0 : 2.5 : 2.5	5.0 : 4.66 : 4.33	0.60 : 0.28 : 0.26

表一：基本訊噪比資料。每一格中皆有三個以冒號隔開的數字，各自代表 R、G、

B 三色的數據。曝光量  $E$  的定義與圖二同。

- 最大訊噪比。
- 最大訊噪比所對應的曝光量對數。
- 訊噪比高於最大訊噪比之半的曝光量範圍。

訊噪比隨曝光量增加的速率，見第 4 節。

定，使用 Centuria 400 時是沒有做 push 的必要的。而若使用的是 E200 或 Provia 400F 正片，push 可將最大訊噪比提前，可縮短曝光時間，代價是會縮小原本就已經不大的動態範圍，且最大訊噪比並不會因此而提高，是故 push 與否便與觀測目的有關。

訊噪比的定量運用方面，如果已知天空的亮度及星點的成像大小，攝影觀測的極限星等或者星等測定誤差等可透過訊噪比來計算。進行此一計算的先決條件是掃描底片時的取樣間隔要大於底片上濃度起伏的特徵尺度，如此，星點範圍內的平均訊噪比會正比於(星點面積÷取樣面積)<sup>0.5</sup>。因本實驗並不是為此一目的設計的，此處不進一步討論。有需要進行此一計算者，可利用與本實驗同樣的方法，以較低的解析度（建議在 1000dpi 左右）掃描並測定底片的訊噪比。

另一個與訊噪比有關的定量分析是，訊

噪比隨曝光量增加而增加的速度。如果我們用幕次關係來描述訊噪比與曝光量間的關係：

$$S/N \propto E^\alpha. \quad (5)$$

如果觀測用的是線性元件且主要雜訊為光子雜訊 (Poisson)，譬如以 CCD 在可見光波段觀測，那麼 (5) 式就精確成立，且  $\alpha=0.5$ 。以底片觀測的話，視觀測策略的不同，(5) 也可能精確成立且  $\alpha$  亦為 0.5。要辦到這一點，可將總曝光量  $E$  切成  $n$  等份，也就是做  $n$  次  $E/n$  的曝光，然後將得到的底片一一掃描後將數位影像疊合，最終的疊合影像的總曝光是  $E$ ，其訊噪比會是單一  $E/n$  的曝光的  $n^{0.5}$  倍。但現在我們想知道的是，如果不做這樣的曝光切割與數位疊合，而直接做單一的曝光，訊噪比如何隨曝光量變化？

從圖二中可看出，訊噪比隨曝光量變化的關係極為複雜，並不單純是 (5) 中的幕次關係， $\alpha$  也不是 0.5。這是因為底片上的影像形

成牽涉到許多化學反應，其雜訊並不只是光子雜訊。不論如何，為了簡化問題，我仍利用 (5) 式來描述此一現象，方法是以一次多項式來擬合訊噪比的對數以及曝光量的對數間的關係，擬合得到的直線斜率便是 (5) 式中的  $\alpha$ 。我使用的擬合區間是，訊噪比開始高於最大訊噪比的 25% 之後、達到最大訊噪比之前的區域，相當於各訊噪比曲線的左半部。得到的  $\alpha$  列於表一中。

從表一可以看到，未 push 的正片，以及不論有無 push 的負片，其  $\alpha$  值都小於 0.5。唯一的例外是 Centuria 400 在 push 後的 R 色層，這是因為它的訊噪比曲線在 push 後，最大值從右側的高峰轉移到左側，但其實兩個高峰的值是相近的。當  $\alpha$  小於 0.5，訊噪比增進的速度慢於將曝光切割後的速度，在這種情況下，如果總曝光時間固定，將曝光切割成數個等分再去疊合數位影像，所得到的訊噪比會高於單一長時間曝光的結果。但對兩款正片來說，在 push 兩級後， $\alpha$  值可達 0.6 或 0.7，高於 0.5，此時，單一的長時間曝光就比短時間曝光的疊合有利了。

最後有一點我必須指出，本實驗完全未將 Schwarzschild effect 的影響計入，在長時間曝光的天文觀測中，Schwarzschild effect

的影響是不可忽略的，要完全掌握底片在長時間曝光下的訊噪比表現，針對長時間曝光的訊噪比測試仍有必要。

## 5. 結論

1. E200 與 Provia 400F 的訊噪比明顯高於 Centuria。2. push 對 E200 與 Provia 400F 來說有助於將最大訊噪比提前，但無助於提高最大訊噪比，且會大幅縮小底片的動態範圍。3. push 除略微縮小 Centuria 400 的動態範圍外，其對訊噪比幾乎沒有影響。4. 對 E200 與 Provia 400F 來說，要在短時間內獲得最佳訊噪比，push 是最佳策略，如果為了維持高動態範圍而不做 push，將曝光時間切割成數份做短時間曝光，事後再將底片數位化並疊合是最佳策略。

## 注釋與參考文獻

1. Schwarzschild, K. 1900, *ApJ*, 11, 92
2. ISO 6328, Photography – Determination of ISO Resolving Power.
3. 933 N. Highland Avenue, Los Angeles, CA 9003.